**MỤC LỤC**

[**I. Lý thuyết ma trận** 2](#_Toc109744191)

[**1. Định thức của ma trận** 2](#_Toc109744192)

[a. Phần bù đại số 2](#_Toc109744193)

[b. Cách tính định thức ma trận 2](#_Toc109744194)

[**2. Trị riêng, vecto riêng** 2](#_Toc109744195)

[**II. Ý tưởng phương pháp** 2](#_Toc109744196)

[**III. Nội dung phương pháp trị riêng trội** 3](#_Toc109744197)

[**1. Khái niệm giá trị riêng trội** 3](#_Toc109744198)

[**2. Trường hợp**  3](#_Toc109744199)

[**2. Trường hợp và là số thực trái dấu** 4](#_Toc109744200)

[**3. Trường hợp và là số phức liên hợp** 5](#_Toc109744201)

[**III. Ý tưởng phương pháp xuống thang** 6](#_Toc109744202)

[**IV. Nội dung phương pháp xuống thang** 6](#_Toc109744203)

[**1. Tìm trị riêng** 6](#_Toc109744204)

[**2. Tìm vector riêng** 7](#_Toc109744205)

[**V. Thuật toán** 8](#_Toc109744206)

[**1. Thuật toán tổng quát tìm trị riêng trội** 8](#_Toc109744207)

[a. Bằng sơ đồ khối 8](#_Toc109744208)

[b. Bằng chữ 8](#_Toc109744209)

[**2. Thuật toán tổng quát phương pháp xuống thang** 10](#_Toc109744210)

[a. Bằng sơ đồ khối 10](#_Toc109744211)

[b. Bằng chữ 10](#_Toc109744212)

[VI. Ưu điểm và nhược điểm của thuật toán 12](#_Toc109744213)

[1. Ưu điểm 12](#_Toc109744214)

[2. Nhược điểm 12](#_Toc109744215)

[VII. Ứng dụng 12](#_Toc109744216)

# **I. Lý thuyết ma trận**

## **1. Định thức của ma trận**

### a. Phần bù đại số

Cho ma trận A. Khi đó với là định thức nhận được của ma trận bằng cách bỏ đi dòng cột được gọi là phần bù đại số của phần tử

### b. Cách tính định thức ma trận

- Khai triển định thức theo hàng thứ i

- Khai triển định thức theo cột thứ j

## **2. Trị riêng, vecto riêng**

- Giả sử A là một ma trận vuông cấp n. Số thực được gọi là trị riêng của A nếu phương trình

có nghiệm , khi đó x được gọi là vecto riêng ứng với trị riêng của ma trận .

- Muốn tìm trị riêng ta cần tìm sao cho:

# **II. Ý tưởng phương pháp**

- Khuếch đại sự khác biệt của giá trị riêng bằng cách sử dụng lũy thừa bậc cao Ak.x

# **III. Nội dung phương pháp trị riêng trội**

## **1. Khái niệm giá trị riêng trội**

- Giả sử ma trận A vuông cỡ n thực có các giá trị riêng khác nhau xếp theo thứ tự:

Icon

Description automatically generated

Khi đó:

là giá trị riêng trội

- Gọi là các hệ vector riêng ứng với trị riêng

Ta có vector tổ hợp tuyến tính của vector A

Diagram

Description automatically generated with medium confidence

- Ta tính dãy:

A picture containing graphical user interface

Description automatically generated

Tiếp tục nhân A vào ta được:

Text

Description automatically generated

Nếu thực hiện nhân A vào m lần suy ra:

Text

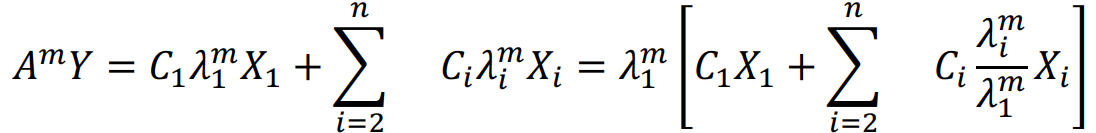
Description automatically generated with medium confidence

## **2. Trường hợp**

- Ta có các giá trị riêng được sắp xếp như sau:



- Ta có



Khi thì nên:

(1)

A picture containing shape

Description automatically generated

Tiếp tục nhân A vào và kết hơp với (1) ta có:

A picture containing text, chest of drawers

Description automatically generated

Suy ra giá trị riêng trội:

Trong đó là mỗi hàng của vector sau m + 1 lần lặp.

- Note: tỉ số càng bé thì tốc độ hội tụ càng nhanh

## **2. Trường hợp và là số thực trái dấu**

Ta có:



- Ta nhân ma trận A m lần vào AY ta được

Text

Description automatically generated

A picture containing text

Description automatically generated

- Khi k đủ lớn ta có:

Text

Description automatically generated

- Khi các vector liền nhau không có dấu hiệu hội tụ nhưng các bước lũy thừa cùng chẵn hoặc cùng lẻ thì cùng tạo thành dãu hội tụ.

- Suy ra giá trị riêng trội:

- Vector riêng ứng với là:



- Vector riêng ứng với là:



## **3. Trường hợp và là số phức liên hợp**

Ta có:



- Nhân ma trân và m lần ta có:

Text

Description automatically generated

- Khi m đủ lơn ta có:

Suy ra:



Khi các vector liền nhau không có dấu hiệu hội tụ nhưng khi m đạt đến giá trị nhất định thì 3 vector liên tiếp có dấu hiệu tổ hợp tuyến tính.

Để tìm trị riêng và ta tính định thức:

Text, letter

Description automatically generated

- Để tìm vector riêng của và ta thực hiện giải hệ phương trình như trường hợp trái dấu và ta được

Trị riêng của là:

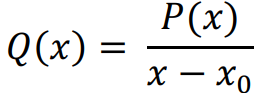


Trị riêng của là:



# **III. Ý tưởng phương pháp xuống thang**

- Ta có phương pháp tìm nghiệm ở phương trình đa thức sau khi biết nghiệm , ta loại bỏ bằng cách chia cho đơn thức . Ta xét:



- Ta cũng áp dung phương pháp đó trong bài toán tìm trị riêng bằng cách biến ma trân thành ma trận mới có trị riêng trừ trị riêng trội vừa tìm được giống với ma trận và giá trị riêng trội vừa tìm được về 0.

# **IV. Nội dung phương pháp xuống thang**

## **1. Tìm trị riêng**

Ta có là vector riêng ứng với trị riêng của ma trận

Gọi là ma trận phụ thuộc vào và chỉ số s:

Calendar

Description automatically generated

Ta biến đổi về ma trận có trị riêng (trừ trị riêng trội giống A) bằng phép biến đổi



Với là hàng thứ của ma trận .

## **2. Tìm vector riêng**

- Gọi là vector riêng của ma trận A. Khi đó là vector riêng của ma trận .

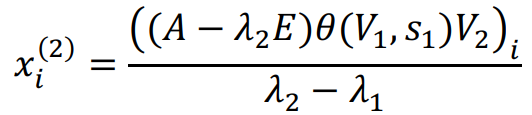
Suy ra



- Nếu thì vector riêng là:



- Nếu thì vector riêng là:



# **V. Thuật toán**

## **1. Thuật toán tổng quát tìm trị riêng trội**

### a. Bằng sơ đồ khối

Diagram

Description automatically generated

### b. Bằng chữ

Input: ma trận A, vecto Y

Output: Các tri riêng và vector riêng của ma trận A

Bước 1: Nhập input

Bước 2: Khởi tạo

Text

Description automatically generated

Bước 3: Tạo hàm lũy thừa

Text

Description automatically generated

Bước 4: Kiểm tra . Nếu đúng thì sang bước 5, nếu sai thì chuyển sang bước 8

Bước 5: Thực hiện hàm lũy thừa

Bước 6: So sánh tỉ lệ . Nếu xấp xỉ nhau thì chuyển sang bước 7, ngược lại thì chuẩn hóa vector, tăng k++ rồi quay lại bước 4.

Bước 7: Tính , , gán checkKey = 1 rồi chuyển sang bước 11

Bước 8: So sánh tỉ lệ . Nếu xấp xỉ nhau thì chuyển sang bước 9, ngược lại thì chuyển sang bước 10

Bước 9: Tính , , , , checkKey = 2 rồi chuyển sang bước 11

Bước 10: Tìm trị riêng của vector phức nếu ra giá trị phức thì, checkKey = 3 rồi chuyển sang bước, ngược lại thì kết luận không hợp lệ rồi kết thúc

Bước 11: in ra output và kết thúc.

## **2. Thuật toán tổng quát phương pháp xuống thang**

### a. Bằng sơ đồ khối

Diagram

Description automatically generated

Chú thích: checkKey là các trường hợp của giá trị riêng trội

### b. Bằng chữ

Input: ma trận A, vector Y

Ouput: Các trị riêng của vector A

Bước 1: Phương pháp trị riêng trội tìm , , (, nếu có) và đưa ra checkCase.

Bước 2: Gán k = checkCase, n = cỡ ma trận A

Bước 3: Kiểm tra k < n. Nếu đúng thì chuyển sang bước 4, nếu sai thì chuyển sang bước 12

Bước 4: Lưu i là vị trí

Bước 5: Nếu checkCase = 1 thì chuyển sang bước 6, ngược lại thì chuyển sang bước 7

Bước 6: Thực hiện 1 lần xuống thang, đến bước 8

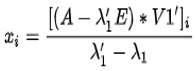
Bước 7: Kiểm tra: nếu checkCase=2 thì thực hiện xuống thang 2 lần, chuyển sang bước 8. Ngược lại (checkCase=3) thì chuyển sang bước 15

Bước 8: Dùng phương pháp trị riêng trội tìm , , (, nếu có) và đưa ra checkCase

Bước 9: Kiểm tra . Nếu đúng thì , , k = k + 1 rồi quay lại bước 3. Nếu sai thì chuyển sang bước 10

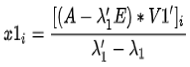
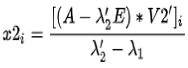
Bước 10: Nếu checkCase = 1 thì chuyến sang bước 11, ngược lại thì chuyển sang bước 13

Bước 11: Tính:



Bước 12: gán , , tăng k = k + 2 rồi quay lại bước 3.

Bước 13: tính:

Bước 14: gán , và , , Tăng k = k + 2 rồi quay lại bước 3

Bước 15: in ra ouput

# VI. Ưu điểm và nhược điểm của thuật toán

1. Ưu điểm

* Có thể tính trị riêng và vector riêng đối với ma trận vuông cấp lớn
* Linh hoạt trong việc tìm trị riêng và vector riêng. Cụ thể là nếu chỉ cần tìm trị riêng lớn nhất thì chỉ cần dùng thuật toán lũy thừa là xong không cần phải tìm toàn bộ trị riêng
* Vì là phương pháp tính gần đúng nên tốc độ tìm ra trị riêng nhanh do độ phức tạp thuật toán thấp hơn pp Danilevski
* Trong thực tế đôi khi để đơn giản ta không cần phải đi tìm đúng các trị riêng mà chỉ cần tìm gần đúng với 1 sai số epsilon nhỏ cho phép, vì tìm gần đúng là nhanh hơn và ít phức tạp hơn rất nhiều so với tìm đúng

1. Nhược điểm

* Tốc độ hội tụ không ổn định
* Một số ma trận không thể áp dụng phương pháp này do khi xấp xỉ nhiều lần, tính hội tụ không còn đúng
* Dễ bị tràn số nếu không chuẩn hóa vector
* Vẫn chưa xử lý được trường hợp trị riêng phức liên hợp để xuống thang

# VII. Ứng dụng

* Được ứng dụng trong việc xử lí ảnh, nén ảnh khi ta cần phải tìm các trị riêng và vector riêng nhanh chóng để biến đổi ảnh